ᲨᲝᲗᲐ ᲠᲣᲡᲗᲐᲕᲔᲚᲘᲡ ᲔᲠᲝᲕᲜᲣᲚᲘ ᲡᲐᲛᲔᲪᲜᲘᲔᲠᲝ ᲤᲝᲜᲓᲘ
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

# შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

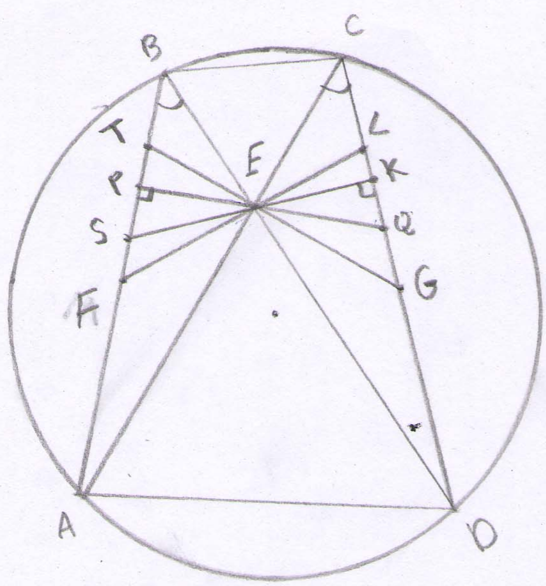
## შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

21.04.2012/ მათ/ I/ 010

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

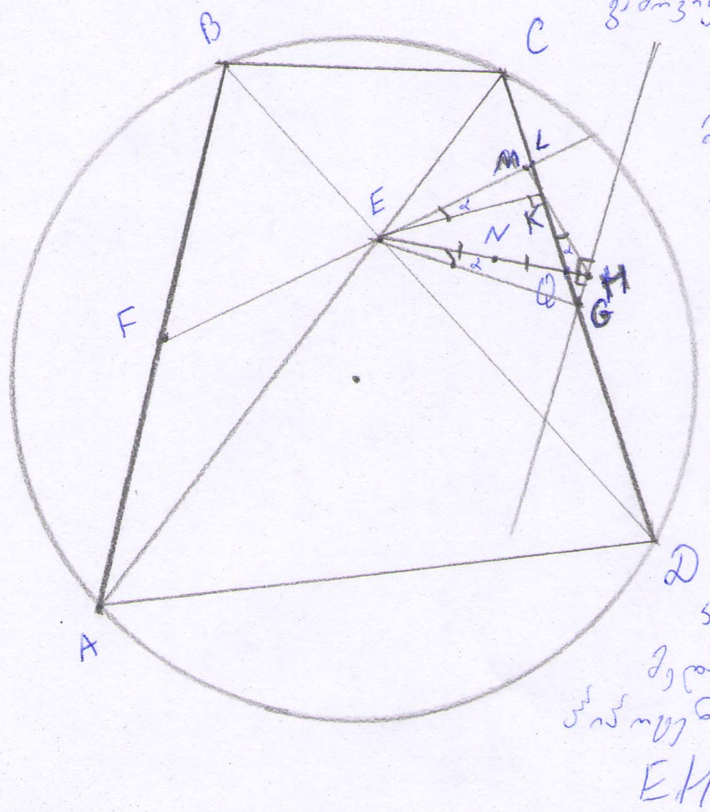



$AB \perp EP$ $BC \perp EK$

$AF = BF$ $DG = CG$

T არის AB-ს და EG-ს გადაკვეთის წერტილი
S არის AB-ს და EK-ს გადაკვეთა
L არის CD-ს და EF-ის, ხოლო
Q არის CD-ს და EP-ს გადაკვეთის წერტ.

რადგან $\triangle ABE \sim \triangle CDE$, ამიტომ
$\triangle KED \sim \triangle PEA$ და $\triangle EGD \sim \triangle EFA$, ამიტომ
$\angle AFE = \angle DGE \Rightarrow \angle KGE = \angle PFE =$
$\Rightarrow \triangle EPF \sim \triangle EKG \Rightarrow \angle GEK = \angle FEP$, ხოლო
$\angle FEP = \angle LEQ \Rightarrow \angle GEK = \angle LEQ \Rightarrow \angle LEK = \angle GEQ$
გამოვიყენებთ ამს ამოცანის ამოხსნისას.




განვიხილოთ ოთხკუთხედი EKHG,
რადგან $\angle EKG = \angle EHG = 90°$, ამიტომ
ეს ოთხკუთხედი ჩაიხაზება, ანუ
$\angle GEH = \angle GKH$, როგორც მოპირდაპირე
ვერტიკ., რომ ტოლია $\angle KEL$-ის.
$\angle GKH = \angle MKL = \alpha$, ხოლო
რადგან $\angle EKL = 90° \Rightarrow \angle EKM = 90 - \alpha$,
$\triangle EMK$-ში $\angle MEK = \alpha$, $\angle EKM = 90 - \alpha \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle EMK = 90°$, ანუ $\triangle EMH$
მართკუთხაა, ხოლო $\triangle EMH$-ში მისი
ჰიპოტენუზაზე დაშვებული
მედიანა, რომელიც არის
ჰიპოტენუზის, EH-ის ნახევრის ტოლია, ანუ
$EH = 2MN$. რ.დ.გ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

**შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი**

**შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის**

მაგიდა №

21.04.2012/ მათ/ I/ 010

ამოცანა № 2

გვერდი № 1

შევნიშნოთ, რომ $1341 = \left[\frac{2}{3}\cdot 2012\right]+1$.

განვიხილოთ [illegible] რიცხვები [illegible]

$1; 2; 3; \ldots; 2011; 2012$, [illegible]

[illegible]

თუ [illegible] $K$,

[illegible]

[illegible] $K+1$ [illegible] 3-ზე [illegible]

[illegible] $\left[\frac{1}{3}\cdot 2011\right]$ [illegible]

670 [illegible] 1341 [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

4-ის [illegible] 2-ის [illegible]

[illegible]

[illegible] 3-ზე [illegible]

[illegible] 2 [illegible]

4-ის [illegible] რ.დ.გ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

21.04.2012/ მათ/ I/ 010

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

$|c-d|=1$

ზოგადობის შეუზღუდავად $c=d-1$, $a-b=a^n(d-1)-b^n\cdot d$

$a-b=-a^n+(a^n-b^n)d$

~~$c=d+1$~~

$a^n=(a^n-b^n)d-(a-b)$

$a^n=(a-b)\left(d(a^{n-1}+a^{n-2}\cdot b+a^{n-3}b^2+\ldots+ab^{n-2}+b^{n-1})-1\right)$

ეს ვაჩვენოთ, რომ $\left(a-b;\ d(a^{n-1}+a^{n-2}b+\ldots+ab^{n-2}+b^{n-1})-1\right)=1$,

მაშინ გამოვა, რომ $\sqrt[n]{|a-b|}$ არის მთელი რიცხვი.

გამოვიყენებთ ასეთ ფაქტს $x;y$ რიცხვებისთვის, რომ თუ $(x;y)=K$,

მაშინ $(x+ty;y)=K$, სადაც $x;y;t$ მთელებია.

$$\left(d(a^{n-1}+a^{n-2}b+\ldots+b^{n-1})-1\right)+(a-b)\cdot b^{n-2}\cdot d=d(a^{n-1}+\ldots+a^2b^{n-3})+2dab^{n-2}-1$$

შემდეგ მივიღებთ ოპერაციით:

$$d(a^{n-1}+a^{n-2}b+\ldots)+2dab^{n-2}-1+(a-b)b^{n-3}\cdot 2d=d(a^{n-1}+\ldots+a^3b^{n-4})+3da^2b^{n-3}-1,$$

ვაგრძელებთ ასე და $n$-ს ნაბიჯის შემდეგ ერთი, ხოლო $d$-ს სამრავლში მივიღებთ 1-ის ტოლს და ა.შ. ბოლოს მივიღებთ: $(n\cdot d\cdot a^{n-1}-1)$-ს და

~~ეხლა ვაჩვენოთ, რომ $n\cdot d\cdot a^{n-1}-1$ და $a-b$ ურთიერთმარტივია,~~

~~ეს ვიცით~~ თუ $(a-b)$; და $\left(d(a^{n-1}+\ldots+ab^{n-2}+b^{n-1})-1\right)$ არ იქნება ურთიერთმარტივები, მაშინ $a^n$-ს და მივიღებთ $(n\cdot d\cdot a^{n-1}-1)$-ს ექნება საერთო

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

21.04.2012/ მათ/ I/ 010

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

საბოლოოდ ვიღებთ, 1-ის [illegible] განსხვავებული, [illegible] არ [illegible]
[illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible];
$(a^n; n\cdot d a^{n-1}-1)=1$, რადგან $\sqrt[n]{(a-b)}$ [illegible]. [illegible]
[illegible] თუ [illegible] [illegible] $c=d+1$. რ.დ.გ.